Name	Klausur Nr. 5 Leistungskurs M2 10. April 1995	Erreichte Punktzahl max. Punktzahl Note

Für jedes $t>0$ ist eine Funktion f_t gegeben durch

$$f_t(x) = \frac{(x-2t)^2}{2t^2x} \quad ; \quad x \neq 0 .$$

Ihr Schaubild sei C_t .

Die Kurve K ist gegeben durch $y = \frac{2}{x} \quad ; \quad x > 0$.

a) Zeige, daß f_t auch in der Form $f_t(x) = \frac{x}{2t^2} - \frac{2}{t} + \frac{2}{x}$ geschrieben werden kann.

Untersuche C_t auf gemeinsame Punkte mit der x-Achse, Hoch- und Tiefpunkte sowie auf Asymptoten.

Zeichne C_1 samt Asymptoten im Bereich $-4 \leq x \leq 6$. (LE 1 cm).

Zeichne K in das vorhandene Achsenkreuz ein für $0{,}5 \leq x \leq 6$.

b) Der Hochpunkt und der Tiefpunkt des Schaubilds C_t sind Eckpunkte eines Rechtecks, dessen Seiten zu den Koordinatenachsen parallel sind.
Bestimme t so, daß der Umfang dieses Rechtecks minimal wird.
Gib diesen minimalen Umfang an.

c) Berechne die Abszisse x_s des Schnittpunktes S von C_t und K in Abhängigkeit von t.
Bestimme t so, daß sich C_t und K senkrecht schneiden.

Die Kurve K, die x-Achse und die Geraden $x=x_s$ und $x = u$ mit $u > x_s$ begrenzen eine Fläche. Diese Fläche wird um die x-Achse gedreht. Dadurch entsteht ein Rotationskörper mit dem Volumen $V_t(u)$. Berechne $V_t(u)$ und $\overline{V}_t = \lim\limits_{u\to\infty} V_t(u)$.

Für welche t ist $\overline{V}_t > t$?

Macht's gut !