

Name	<b>Klausur Nr. 1</b> <b>LK 13/M2</b> <b>20. Oktober 1995</b>	Erreichte Punktzahl <input type="text"/> max. Punktzahl <input type="text"/> Note <input type="text"/>
------	--	--

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte  $G(2/2/4)$ ,  $H(6/2/4)$  und

die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

gegeben.

Die Gerade  $h$  ist die Parallele zu  $g$  durch  $H$ .

a) Gib eine Gleichung von  $h$  an.

Bestimme eine Koordinatengleichung der zu  $g$  orthogonalen Ebene  $E$  durch  $G$  und zeige, daß  $H$  in  $E$  liegt.

Bestimme eine Gleichung der Geraden, auf der alle Punkte der Ebene  $E$  liegen, die von  $G$  und  $H$  gleich weit entfernt sind.

b) Eine Kugel  $K$  mit Radius 3 geht durch  $G$ ; Ihr Mittelpunkt  $M_k(m_1/m_2/m_3)$  mit  $m_3 > 4$  liegt auf der Geraden mit der Gleichung

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}.$$

Bestimme eine Gleichung von  $K$ .

Zeige, daß  $H$  auf  $K$  liegt.

Stelle je eine Gleichung der Tangentialebenen  $T_G$  und  $T_H$  an die Kugel  $K$  in  $G$  bzw.  $H$  auf.

c) Gegeben sind zwei Ebenen durch  $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 14$   
bzw.  $2x_1 - x_2 - 2x_3 = 2$ .

Die  $x_1 x_2$ -Ebene hat mit diesen beiden Ebenen den Punkt  $P$  gemeinsam;

die  $x_1 x_3$ -Ebene hat mit diesen beiden Ebenen den Punkt  $S$  gemeinsam.

Bestimme die Koordinaten der Punkte  $P$  und  $S$ .

Weiter sind die Punkte  $Q(2/10/0)$  und  $R(2/0/5)$  gegeben. Zeige, daß das Viereck  $PQRS$  ein Trapez ist und berechne seinen Flächeninhalt.

d) Eine Kugel mit Radius 3 hat zunächst den Mittelpunkt  $M(4/3/6)$  und berührt  $g$  und  $h$ . Dann rollt sie auf der Geraden  $g$  und  $h$ , bis sie die  $x_1 x_2$ -Ebene erstmals berührt.

Wie lang ist die vom Kugelmittelpunkt  $M$  zurückgelegte Strecke?

Die Kugel rollt nun weiter auf den Geraden  $g$  und  $h$  und dringt in die  $x_1 x_2$ -Ebene ein.

Welchen Mittelpunkt hat der erste Schnittkreis der Kugel mit der  $x_1 x_2$ -Ebene, der den Radius  $\sqrt{5}$  besitzt?

Macht's gut !