| Name | Klausur Nr. 3<br>Leistungskurs 13 Mathematik<br>5. Dezember 1991 | Verrechnungspunkte<br>von erreichbaren<br>Notenpunkte |
|---|---|---|

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte G(2/2/4), H(6/2/4) und die Gerade

$$g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \; ; \; t \in \mathbb{R}$$

gegeben.
Die Gerade h ist die Parallele zu g durch H.

a) Gib eine Gleichung von h an.

b) Bestimme eine Koordinatengleichung der zu g orthogonalen Ebene E durch G und zeige, daß H in E liegt.

c) Bestimme eine Gleichung der Geraden, auf der alle Punkte der Ebene E liegen, die von G und H gleich weit entfernt sind.

d) Eine Kugel K mit Radius 3 geht durch G; Ihr Mittelpunkt $M_k$ $(m_1/m_2/m_3)$ mit $m_3 > 4$ liegt auf der Geraden mit der Gleichung

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \; ; \; s \in \mathbb{R}.$$

Bestimme eine Gleichung von K.

e) Zeige, daß H auf K liegt.

f) Stelle je eine Gleichung der Tangentialebenen $T_G$ und $T_H$ an die Kugel K in G bzw. H auf.
Zeige, daß g in $T_G$ liegt und h in $T_H$.

g) Gegeben sind zwei Ebenen durch $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 14$
bzw. $2x_1 - x_2 - 2x_3 = 2$.
Die $x_1 x_2$ -Ebene hat mit diesen beiden Ebenen den Punkt P gemeinsam; die $x_1 x_3$ -Ebene hat mit diesen beiden Ebenen den Punkt S gemeinsam.
Die Gerade g schneidet die $x_1 x_2$ -Ebene in Q, die $x_1 x_3$ -Ebene in R.
Zeige, daß das Viereck PQRS ein Trapez ist und berechne seinen Flächeninhalt.

h) Eine Kugel mit Radius 3 hat zunächst den Mittelpunkt M(4/3/6) und berührt g und h. Dann rollt sie auf den Geraden g und h, bis sie die $x_1 x_2$ -Ebene erstmals berührt.
Wie lang ist die vom Kugelmittelpunkt M zurückgelegte Strecke?

**Macht's gut !**