

Name	<h1 style="margin: 0;">Klausur Nr. 3</h1> <h2 style="margin: 0;">Grundkurs 13 m2</h2> <h3 style="margin: 0;">8. März 1994</h3>		Erreichte Punktzahl <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> max. Punktzahl <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> Note <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
Aufgabe 1	<p>Gegeben sei die Funktion f_t mit $f_t(x) = \frac{x^3 + 3tx^2 - 4t^3}{x^2}$ mit $t > 0, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ihr Schaubild sei K_t.</p> <p>a) Zeige, daß jedes Schaubild K_t die Nullstelle $R_t(t/0)$ besitzt. Untersuche K_t auf weitere Nullstellen, Asymptoten, Hoch-, Tief- und Wendepunkte. Zeichne K_1 für $-5 \leq x \leq 3$.</p> <p>b) Jedes Schaubild K_t, seine schiefe Asymptote, die x-Achse und die Gerade $x=u$ ($u>t$) begrenzen im 1. und 2. Feld eine Fläche. Berechne ihren Inhalt $A_t(u)$. Bestimme $\lim_{u \rightarrow \infty} A_t(u)$.</p> <p>c) Bestimme diejenigen Werte von t, für welche das Schaubild K_t aus der Geraden mit der Gleichung $y = x + 2$ eine Sehne ausschneidet.</p>	 11 7 5	
Aufgabe 2	<p>Gegeben seien die Gerade g, die ebene E sowie die Kugel K durch deren Gleichungen</p> $ \mathbf{g}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E}: 4x_1 - 3x_2 + 12x_3 + 60 = 0 \quad \mathbf{K}: \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} ^2 = 169 $ <p>a) Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes S von g und E. Weise nach, daß S außerhalb der Kugel liegt. Bestimme den Winkel unter dem die Gerade g die Ebene E schneidet.</p> <p>b) Zeige, daß E eine Tangentialebene von K ist. Berechne die Koordinaten des Berührungspunktes B.</p> <p>c) Die Ebene E_1 geht durch den Mittelpunkt M von K und ist orthogonal zu g. Stelle die Gleichung von E_1 auf. Berechne den Abstand des Punktes M von g. Was folgt hieraus für die gegenseitige Lage von g und K?</p>	 6 5 7	

Aufgabe 3	<p>Gegeben sei die Ellipse mit der Gleichung $16x^2 + 25y^2 = 400$, sowie der Punkt $P(0/5)$.</p> <p>a) Konstruiere die beiden Tangenten t_1 und t_2 von P an die Ellipse und deren Berührungspunkte B_1 und B_2.</p> <p>b) Bestimme rechnerisch die Gleichungen der Tangenten t_1 und t_2 von P an die Ellipse und berechne die Koordinaten der Berührungspunkte B_1 und B_2.</p> <p>c) Die oben konstruierten Tangenten t_1 und t_2 bilden mit der Tangente t_3 im unteren Nebenscheitel ein Dreieck. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks und gib an, wieviel Prozent der Dreiecksfläche von der Ellipse bedeckt wird.</p> <p>d) Eine andere Ellipse hat die Tangente $t_4: x = 6$ und geht durch $P(3 / \frac{3}{2}\sqrt{2})$.</p> <p>Bestimme die Scheitel der Ellipse, die Tangente in P und einen weiteren Ellipsenpunkt durch Rechnung oder Zeichnung.</p>	<p>5</p> <p>5</p> <p>5</p> <p>4</p>
-----------	--	-------------------------------------