LK M1 (12/2) Klausur Nr. 6 13. Juni 1991

Aufgabe 1: Die Funktion f ist gegeben durch $f(x) = \sqrt{16x^2+1} - x^2$; $x \in \mathbb{R}$.
Ihr Schaubild sei K.

a) Zeige, daß die 1. und 2. Ableitung dieser Funktion in der Form

$$f'(x) = \frac{16x}{\sqrt{16x^2+1}} - 2x \; ; \quad f''(x) = \frac{16 - 2\sqrt{(16x^2+1)^3}}{\sqrt{(16x^2+1)^3}}$$

geschrieben werden kann.

b) Untersuche K auf Symmetrie, Schnittpunkte mit der x-Achse und auf Hoch-, Tief und Wendepunkte. (Bei der Untersuchung auf Wendepunkte wird hier auf die Überprüfung einer hinreichenden Bedingung verzichtet.)
Zeichne K zwischen den Schnittpunkten mit der x-Achse sowie die Wendetangenten (Bemerkung: Benutze gerundete Werte lediglich für die Zeichnung.
Beispiel für ein korrektes Teilergebnis: $N_1(\sqrt{8+\sqrt{65}} / 0)$)

c) Bestimme die Gleichungen der Wendetangenten.
Die Wendepunkte von K und der Schnittpunkt der Wendetangenten sind Eckpunkte eines Dreiecks mit dem Flächeninhalt A_1 .
Die Wendetangenten Und die Gerade durch die Hochpunkte bilden ein Dreieck mit dem Flächeninhalt A_2 .
Bestimme den Flächeninhalt A_1 sowie das Verhältnis $A_2 : A_1$.

Aufgabe 2: Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = \frac{x}{3}\sqrt{5(9-x^2)}$ schließt mit der positiven x-Achse ein Flächenstück ein. Skizziere dieses Flächenstück. Dreht man dieses Flächenstück um die x-Achse so entsteht ein Spindelkörper.
Bestimme den Rauminhalt dieses Körpers.

Aufgabe 3: Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$.

a) Bestimme den maximalen Definitionsbereich D_f .

b) Zeige, daß die Funktion umkehrbar ist.

c) Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion $\bar{f}$ von f einschließlich deren Definitionsbereich.

[d) Zusatz:Bestimme die Ableitung der Funktion f über die Ableitung von $\bar{f}$.]

Aufgaben genau durchlesen, Zwischentexte einfügen, auf eine gute Darstellung achten.

Viel Erfolg