

Aufgabe 1: Gegeben sei die Ebene E_1 durch die Punkte $P(-5/4/3)$, $Q(10/4/-6)$ und $R(5/-4/3)$ sowie die Ebene E_2 durch die Punkte $S(3/-3/5)$, $T(-6/6/5)$ und durch den

$$\text{Spannvektor } \vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

- Bestimme jeweils eine Parameterform der Gleichungen von E_1 und E_2 .
- Berechne die Spurpunkte beider Ebenen und zeichne die Ebenen in ein geeignetes Koordinatensystem ein (Für x_1 -Achse $=135^\circ$, $k=\frac{\sqrt{2}}{2}$). Zeichne die Schnittgerade g der beiden Ebenen ein.
- Bestimme die Gleichung der Schnittgeraden g der beiden Ebenen.
- In welchen Punkten durchstößt die Gerade g die Koordinatenebenen?

Aufgabe 2: Gegeben sind die Gerade $g: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ($t \in \mathbb{R}$)

$$\text{und die Ebene } E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (r, s \in \mathbb{R})$$

- Die Ebene E schneidet die x_1 -Achse in A und die x_2 -Achse in B . Sie schneidet außerdem die Gerade g in C .
Berechne die Koordinaten von A, B und C .
Bestimme die Koordinaten des Punktes D so, daß das Viereck $ABCD$ ein Parallelogramm wird mit $\vec{AB} = \vec{DC}$.
- M_1 ist der Mittelpunkt von AB , M_2 der Mittelpunkt von AD und S der Schwerpunkt des Dreiecks AM_1M_2 . Berechne die Koordinaten von S .
Zeige, daß S auf der Diagonalen AC des Parallelogramms $ABCD$ liegt.
- Für jedes $a \in \mathbb{R}$ ist durch
 $(4a - 2)x_1 + 5x_2 - (2a - 1)x_3 - 10a = 0$
eine Ebene E_a gegeben.
Zeige, daß die Gerade h durch $S(3/1/1)$ und $T(5/1/5)$ in jeder Ebene E_a liegt.

Aufgabe 3: Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} r \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ r \end{pmatrix}$.

Für welche Werte von r bilden diese Vektoren eine Basis von \mathbb{R}^3 ?

Aufgaben genau durchlesen, Zwischentexte einfügen, auf eine gute Darstellung achten.

Viel Erfolg