

Aufgabe

Zu jedem $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ist eine Funktion f_k gegeben durch

$$f_k(x) = k \cdot \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}; \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

- a) Zeige, daß die 2. Ableitung von f_k in der Form

$$f_k''(x) = 2k \frac{4x + 5}{(x-1)^4}$$

geschrieben werden kann.

- b) Untersuche das Schaubild von f_1 auf Nullstellen, Polstellen (VzW!), Asymptoten, Punkte mit waagrechter Tangente und Wendepunkte (Existenznachweis für Wendepunkte wird nicht verlangt).
Zeichne das Schaubild von f_1 einschließlich der Asymptoten für $|x| \leq 6$.
- c) Welche Beziehung besteht zwischen k_1 und k_2 ($k_1 \neq k_2$), wenn sich die zugehörigen Schaubilder im Ursprung rechtwinklig schneiden? Welche Beziehung besteht zwischen k_1 und k_2 , wenn sich die zugehörigen Schaubilder in dem vom Ursprung verschiedenen Schnittpunkt mit der x-Achse rechtwinklig schneiden? Gibt es Schaubilder, die sich in beiden Schnittpunkten rechtwinklig schneiden?
- d) Berechne die Koordinaten der gemeinsamen Punkte des Schaubildes von f_1 und einer Geraden mit der Gleichung $y = mx$.
Für welche Werte von m gibt es nur einen gemeinsamen Punkt, für welche Werte zwei, für welche Werte drei gemeinsame Punkte?

Viel Erfolg !!!